

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التقني التكنولوجي في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الإنتاج
المرحلة الاولى

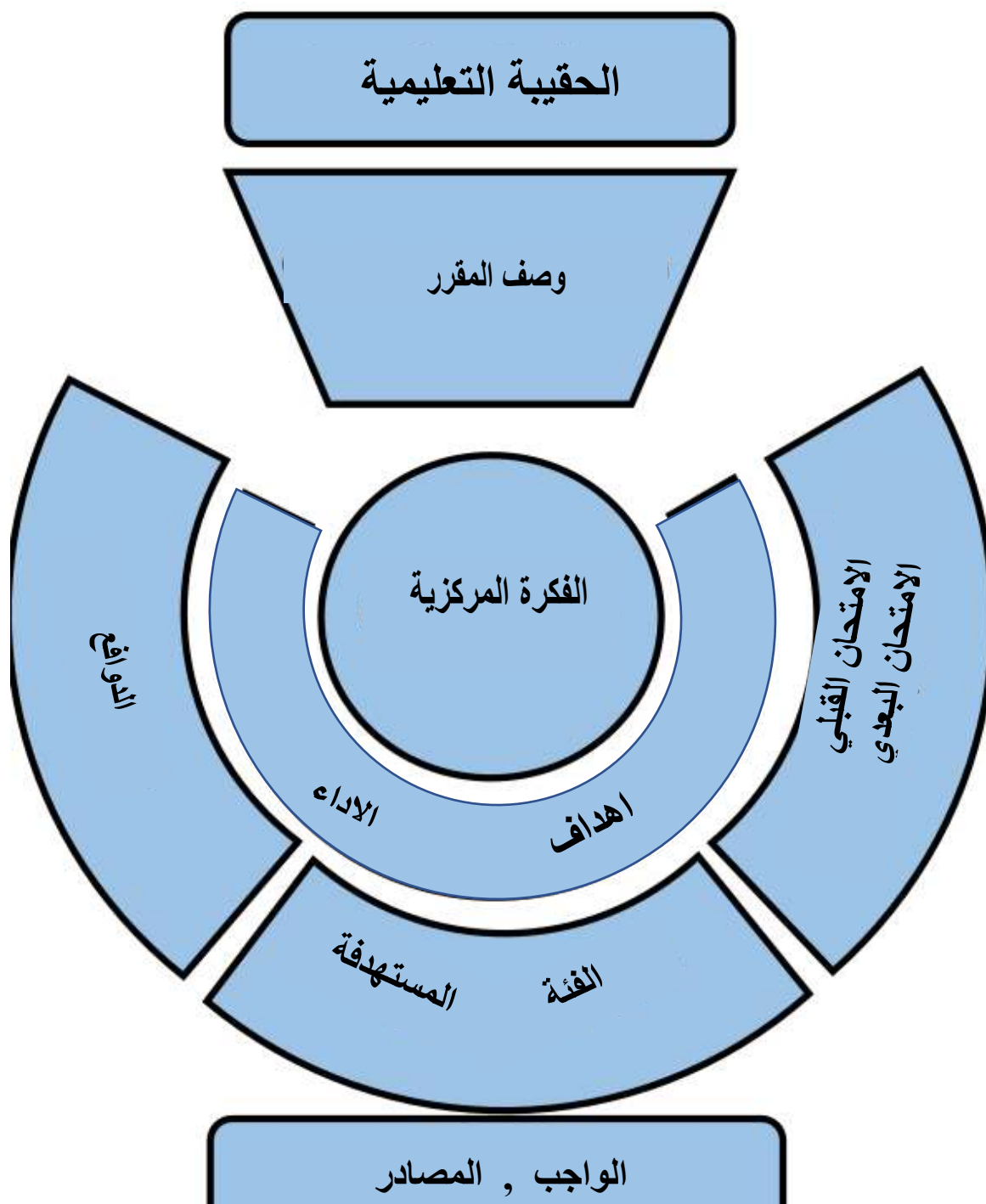


اعداد

حياة يحيى عبدالرضا
بكالوريوس رياضيات
م. باحث
قسم التقنيات الميكانيكية

خولة هاشم حسين
ماجستير رياضيات تطبيقية
مدرس
قسم التقنيات الميكانيكية

2025



نموذج وصف المقرر

وصف المقرر

يوفر وصف المقرر هذا إيجازاً مقتضياً لأهم خصائص المقرر ومخرجات التعلم المتوقعة من الطالب تحقيقها مبرهنأ عما إذا كان قد حقق الاستفادة القصوى من فرص التعلم المتاحة. ولا بد من الربط بينها وبين وصف البرنامج.

[illegible]

9. مخرجات المقرر وطرائق التعليم والتعلم والتقييم

أ - الأهداف المعرفية

1. توضيح المفاهيم الأساسية الخاصة بعلوم الرياضيات وتطبيقاتها في المجالات المختلفة
2. اكتساب المهارة في حل المسائل الرياضية 3.
3. اكتساب المهارات الأساسية لفهم أساسيات الرياضيات
4. اكتساب الخبرة في التطبيقات المختلفة للرياضيات

ب - الأهداف المهاراتية الخاصة بالبرنامج

1. تعليم الطالب بطرائق تطبيق المفاهيم الرياضية بشكل صحيح .
2. تدريب الطلبة على حل مختلف المسائل الرياضية مع أنواع البيانات المختلفة.
3. تدريب الطلبة على تمهيد مهارات استخدام الرياضيات ومعالجة التطاء في التطبيقات ان وجدت.
- 4- تعليم الطلبة على كيفية قراءة نتائج المسائل الرياضية وتفسيرها بشكل صحيح.

طرائق التعليم والتعلم

المحاضرات: استخدام العروض التقديمية لتسهيل شرح مواضيع المادة
إعطاء تمارين وحلول للتمرين للطلبة .
تكليف الطلبة بأعداد تقارير تخص مواضيع مختلفة من الرياضيات
إعطاء واجب عن الموضوع في نهاية كل محاضرة لحل المسائل الرياضية.

طرائق التقييم

- الامتحانات اليومية
- الواجبات البيتية
- الامتحانات الفصلية والنهائية للمادة
- التفاعل داخل المحاضرة
- الحضور اليومي
- السعي 40%

ج- الأهداف الوجدانية و القيمية.

- التركيز: إثارة انتباه الطلبة على حل مسائل الرياضية
- الاستجابة: متابعة مدى تفاعل الطالب مع المادة قيد الحل.
- الاهتمام: متابعة اهتمامات الطلبة والتفاعل مع التطبيقات المختلفة لمادة الرياضيات
- تحديد اتجاهات الطلبة وتوجيه الطالب الى التعامل مع مادة الرياضيات بشكل كامل.

-



طرائق التعليم والتعلم
المحاضرات استخدام العروض التقديمية لتسهيل شرح مواضيع المادة . إعطاء تمارين وحلول للتمارين للطلبة تكليف الطلبة باعداد تقارير تخص مواضيع مختلفة من الرياضيات . إعطاء واجب عن الموضوع في نهاية كل محاضرة لحل المسائل الرياضية
طرائق التقييم
-الامتحانات اليومية -الواجبات البيتية الامتحانات الفصلية والنهائية للمادة التفاعل داخل المحاضرة الحضور اليومي الامتحان النهائي 60%
د - المهارات العامة و التأهيلية المنقولة (المهارات الأخرى المتعلقة بقابلية التوظيف والتطور الشخصي 1. تنمية قدرة الطالب على التعامل مع أساليب الرياضيات الحديثة 2. تنمية قدرة الطالب على التعامل مع الرياضيات على صفحات الانترنت 3. تنمية قدرة الطالب على التعامل مع التطبيقات المتعددة للرياضيات 4. تطوير قدرة الطالب على الحوار والمناقشة.

10. بنية المقرر

الأسبوع	الساعات	مخرجات التعلم المطلوبة	اسم الوحدة / المساق أو الموضوع	طريقة التعليم	طريقة التقييم
1	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالمحددات	المحددات. محددة من الرتبة الثانية، الثالثة	محاضرات حضورية	الواجبات البيتية
2	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بخواص المحددات	خواص المحددات	محاضرات حضورية	الامتحانات اليومية
3	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالمحددات	طريقة كرامر	محاضرات حضورية	التفاعل مع المحاضرة
4	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالمشتقات	المشتقات، قوانين المشتقات	محاضرات حضورية	الواجبات البيتية
5	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالدوال المثلثية	الدوال المثلثية	محاضرات حضورية	الامتحانات الفصلية والنهائية للمادة
6	2	امتحان فصلي	امتحان فصلي	محاضرات حضورية	امتحان يومي
7	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالدوال الاسية	الدوال الاسية	محاضرات حضورية	التفاعل مع المحاضرة
8	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالدوال اللوغارتمية	الدوال اللوغارتمية	محاضرات حضورية	الحضور اليومي

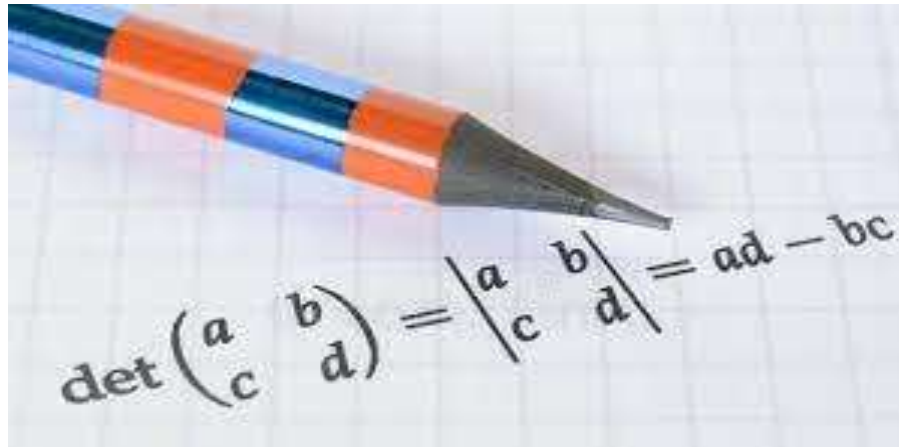
9	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالدوال الضمنية	الدوال الضمنية	محاضرات حضورية	الواجبات البيئية
10	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بقاعدة السلسلة	قاعدة السلسلة	محاضرات حضورية	التفاعل مع المحاضرة
11	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بتطبيقات المشتقة الهندسية	تطبيقات المشتقة الهندسية	محاضرات حضورية	التفاعل مع المحاضرة
12	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بتطبيقات المشتقة الفيزيائية	تطبيقات المشتقة الفيزيائية	محاضرات حضورية	الواجبات البيئية مناقشة وحل تمارين , امتحان سريع , واجب بيئي
13	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بتطبيقات المشتقة النهايات العظمى والصغرى	تطبيقات المشتقة النهايات العظمى والصغرى	محاضرات حضورية	الامتحانات الفصلية - والنهائية للمادة
14	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة برسم الدوال	رسم الدوال	محاضرات حضورية	التفاعل داخل -المحاضرة مناقشة وحل تمارين , امتحان سريع , واجب بيئي
15	2	امتحان فصلي	امتحان فصلي	محاضرات حضورية	حضور يومي
16 18+17+	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالتكامل المحدد وغير المحدد	التكامل المحدد وغير المحدد	محاضرات حضورية	التفاعل داخل -المحاضرة

21+20+19		ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بطرق التكامل , وطريقة التجزئة وطريقة الكسور الجزئية	بطرق التكامل , وطريقة التجزئة وطريقة الكسور الجزئية	محاضرات حضورية	التفاعل داخل -المحاضرة
22	2	امتحان فصلي	امتحان فصلي	محاضرات حضورية	حضور يومي
24+23	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة التكامل المحدد , تطبيقات على التكامل المحدد , المساحة بين منحنى الدالة والمحاور والمساحة بين منحنيين	التكامل المحدد , تطبيقات على التكامل المحدد , المساحة بين منحنى الدالة والمحاور والمساحة بين منحنيين	محاضرات حضورية	مناقشة وحل تمارين , امتحان سريع , واجب بيئي التفاعل داخل - المحاضرة
26+25	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالمعادلات التفاضلية من المرتبة الاولى والدرجة الاولى والمنفصلة	المعادلات التفاضلية من المرتبة الاولى والدرجة الاولى والمنفصلة	محاضرات حضورية	التفاعل داخل - المحاضرة مناقشة وحل تمارين , امتحان سريع , واجب بيئي
28+27	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة الاحصاء , العمليات الاحصائية , التوزيعات التكرارية , المدرج التكراري , المنحنى التكراري , الوسط الحسابي والوسط الهندسي	الاحصاء , العمليات الاحصائية ,	محاضرات حضورية	التفاعل داخل -المحاضرة
29	2	ينبغي ان يكون الطالب قادرا على المعرفة والفهم للمبرهنات والتعاريف الاساسية المتعلقة بالمتعلقة بالاحتمالية	الاحتمالية	محاضرات حضورية	مناقشة وحل تمارين , امتحان سريع , واجب بيئي

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الانتاج



حقيبة تعليمية
في
المصفوفات والمحددات
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طلبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لأن المصفوفات والمحددات تُستخدم في تمثيل الأنظمة الخطية وحلها بطريقة منظمة، كما أنها تشكّل أساساً في الجبر الخطي والتطبيقات الهندسية والفيزيائية.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

التعرّف على المصفوفات والمحددات كأدوات أساسية في تمثيل الأنظمة الخطية وحلها.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الأولى، سيكون الطالب قادراً على

تعريف المصفوفات وأنواعها
تنفيذ العمليات على المصفوفات
حساب المحددات للمصفوفات من الرتبة الثانية والثالثة

2/ الاختبارات القبلية

- ما هي المصفوفة؟ أعطِ مثالاً.
- ما الفرق بين المصفوفة من الرتبة 2×2 والـ 3×3 ؟

3/ المصفوفات والمحددات

المحددات وخواصها Determinants

التعريف:-المحددات مجموعة عناصر تترتب بشكل صفوف وأعمدة محصورة بين مستقيمين شاقوليين ،وتكون فيها عدد الصفوف مساو لعدد الأعمدة.و يسمى المحدد اعتمادا على عدد صفوفه أو أعمدته.

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

المحدد الثاني

$$\begin{vmatrix} a & e & h \\ b & f & i \\ c & g & j \end{vmatrix}$$

المحدد الثلاثي

إيجاد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$$

1- المحدد الثاني

نضرب نهايات الأقطار ببعضها ويطرح حاصل الضرب، ويكون الفرق هو الناتج.

$$=a*d - b*c$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=3*2 - 2*1 = 4$$

$$\begin{vmatrix} a & e & h \\ b & f & i \\ c & g & j \end{vmatrix}$$

2- المحدد الثلاثي

طريقة ضرب الأقطار:- تتلخص بإضافة صفين أو عمودين ثم ضرب الأقطار مع ملاحظة الإشارات .

إضافة عمودين (العمود الأول و الثاني فقط)

$$\begin{vmatrix} a & e & h \\ b & f & i \\ c & g & j \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & e \\ b & f \\ c & g \end{vmatrix}$$

إضافة صفين (الصف الأول والثاني فقط)

$$\begin{vmatrix} a & e & h \\ b & f & i \\ c & g & j \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & e & h \\ b & f & i \end{vmatrix}$$

مثال (1) :- جد قيمة المحدد التالي بإضافة عمودين :-

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \{(2*2*1)+(1*0*0)+(3*1*0)\} - \{(0*2*3)+(0*0*2)+(1*1*1)\} = (4+0+0)-(0+0+1) = 4-1=3$$

مثال (2) :- جد قيمة المحدد التالي بإضافة صفين :

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= (0*1*-5)+(-2*2*4)+(3*-1*3)-(-2*-1*-5)-(0*2*3)-(3*1*4) \\ &= \{0+(-16)+(-9)\} - \{(-10)-(0)-(12)\} \\ &= -27 \end{aligned}$$

4\الاختبارات البعدية

• اوجد ناتج $A \times B$ للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$

• احسب المحدد للمصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

الإجابة النموذجية:-

$$1) A \times B =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) 1 * 1 - 2 * 3 = 1 - 6 = -5$$

5\ واجبات منزلية:-

:

أنشئ مصفوفتين وقم بعمليات الجمع والطرح والضرب عليهما..

6\ المصادر

1- الجبر الخطي وتطبيقاته

2- التقنيات العددية

3- Basic mathematics for technical college students

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج

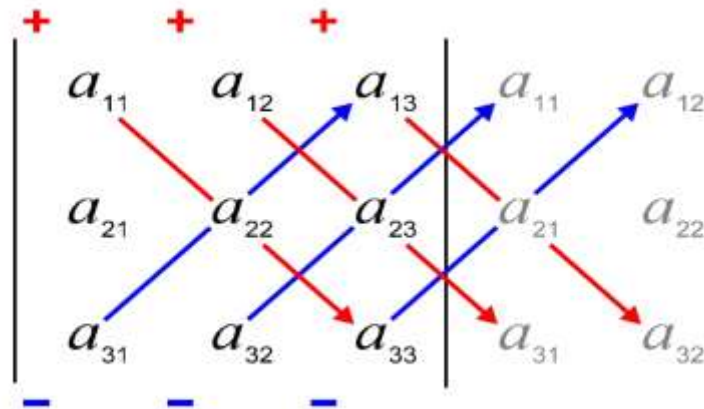


حقيبة تعليمية

في

خواص المحددات

لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لفهم كيفية تبسيط حساب المحددات وتسريع الحلول الرياضية في الأنظمة المعقدة، ولتطبيق هذه الخواص في استخدامات مثل حساب المعكوس وتحديد رتبة المصفوفة

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

فهم خصائص المحددات وكيف تؤثر على العمليات الجبرية مثل الانعكاس وحل المعادلات.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الثانية، سيكون الطالب قادرًا على التعرف على خصائص المحددات

تبسيط حساب المحددات باستخدام خواصها

2/ الاختبارات القبليّة

هل يمكن تبسيط عملية حساب المحدد باستخدام خصائص معينة؟

3/ خواص المحددات

الخاصية الاولى: قاعدة العامل المشترك

كل عامل مشترك بين عناصر أي صف أو عمود يمكن إخراج خارج المحدد كعامل مشترك لذلك المحدد.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 3 \end{vmatrix} = 3 * \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

وذلك بإخراج (3) كعامل مشترك للصف الثالث.

الخاصية الثانية: إذا جزئنا عناصر أي صف أو عمود الى مجموع حدين فيمكن كتابة المحدد على شكل مجموع محددين.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3+2 & 3 \\ 1 & 0+2 & 0 \\ 0 & 1+2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

الخاصية الثالثة: إذا كانت جميع عناصر أي صف أو عمود أصفار فان قيمة المحدد تساوي صفرا.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{لماذا}$$

الخاصية الرابعة: قاعدة التبادل

إذا أبدل مواقع أي صفين أو عمودين متجاورين تتبدل فقط إشارة المحدد مع بقاء قيمته ثابتة.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

الخاصية الخامسة: قاعدة التماثل

إذا كانت عناصر أي صفين أو عمودين متساوية او مضاعفاتهما فان قيمة المحدد تساوي صفرا.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

لأن عناصر العمود الثالث ضعف عناصر العمود الأول

4\الاختبارات البعدية

- إذا كانت صفوف مصفوفة متساوية، ما قيمة المحدد؟ ولماذا؟
- استخدم خاصية التبادلية لحساب محدد مصفوفة 2×2

الإجابة النموذجية:-

(حسب خواص المحددات فان قيمة المحدد تساوي صفر) 1

$$2) \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 3 = 5$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 8 = -5$$

5\اجابات منزلية:-

أثبت أن محدد مصفوفة مثلثية يساوي حاصل ضرب القطر الرئيسي

6/المصادر

1-الجبر الخطي وتطبيقاته

2-التقنيات العددية

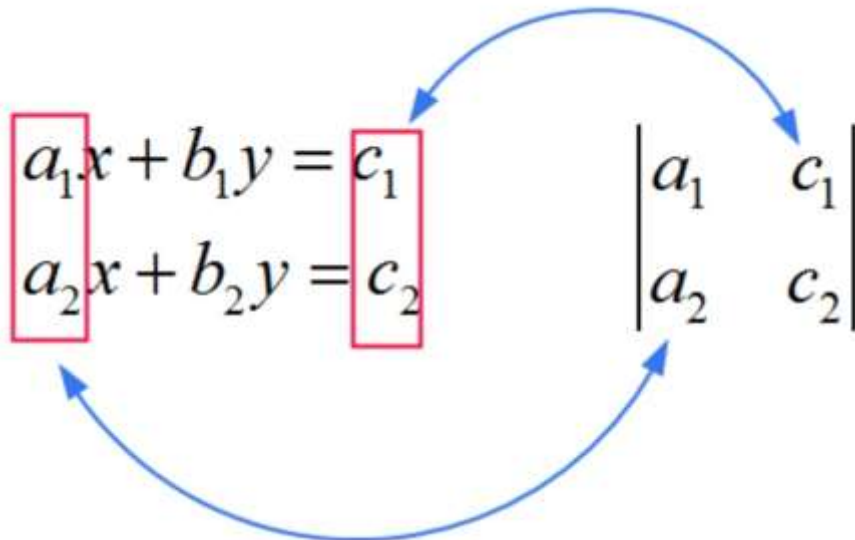
3- Basic mathematics for technical college students

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في
حل المعادلات الخطية - طريقة كرامر
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طلبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لفهم كيفية تبسيط حساب المحددات وتسريع الحلول الرياضية في الأنظمة المعقدة، ولتطبيق هذه الخواص في استخدامات مثل حساب المعكوس وتحديد رتبة المصفوفة

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

استخدام المحددات لتطبيق قاعدة كرامر في حل أنظمة المعادلات الخطية..

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الثالثة، سيكون الطالب قادرًا ع

استخدام المحددات لحل أنظمة المعادلات الخطية

2/ الاختبارات القبليّة

هل سبق أن استخدمت المعادلات لحل نظام خطي يدويًا؟

3\حل المعادلات الخطية – طريقة كرامر

حل المعادلات الآتية باستخدام المحددات (كرامر):-

قيمة كل مجهول هو خارج قسمة محددين أحدهما بالبسط والآخر بالمقام. المحدد الذي يكتب بالمقام لجميع المجاهيل مكون من عوامل تلك المجاهيل بنفس الترتيب. أما المحدد الذي يكتب بالبسط فهو نفس محدد المقام بعد تبديل عوامل المجهول المراد إيجاد قيمته بنفس الترتيب.

System of linear Equations

$$a_1x + b_1y + c_1z = k_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = k_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = k_3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

then the equations (1),(2)and (3) form (تكون) a system of 3 linear equations

we want solve these equations to find the intersection point (x,y,z) (نقاط التقاطع)

to do this we use the deferminonts to solve these equations as follows

$$\text{let } A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, A_x = \begin{bmatrix} k_1 & b_1 & c_1 \\ k_2 & b_2 & c_2 \\ k_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, A_y = \begin{bmatrix} a_1 & k_1 & c_1 \\ a_2 & k_2 & c_2 \\ a_3 & k_3 & c_3 \end{bmatrix}, A_z = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & k_1 \\ a_2 & b_2 & k_2 \\ a_3 & b_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Then } x = \frac{A_x}{A}, y = \frac{A_y}{A}, z = \frac{A_z}{A}$$

Example : solve the following linear Equation by usind the determinants and check your result

$$1) \quad x + y + z = 2 \quad , \quad 2) \quad 2x - 2y + z = 0 \quad , \quad 3) \quad x + 2y - z = 4$$

Solution:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 1(1 - 2) - 1(-2 - 1) + 1(4 + 1) = 7$$

$$A_x = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 2(-1 - 1) - 1(-2 - 4) + 1(4 - 2) = -4 + 6 + 2 = 4$$

athear method

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 1 + 1 + 4 - (-1 + 2 - 2) = 7$$

$$Ax = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = 2 + 4 + 0 - (-4 + 4 - 0) = 6$$

$$Ay = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = 0 + 2 + 8 - (0 + 4 - 4) = 10$$

$$Az = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = -4 + 0 + 8 - (-2 + 0 + 8) = -2$$

Example : solve the following linear Equation by usind the determinants and check your result

$$1) 2x - 3y + 6z = -5 \quad , \quad 2) 4x + 2y - 3z = 15 \quad , \quad 3) 2x - 4y + 10z = -6$$

Solution: —

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 4 & 2 & -3 \\ 2 & -4 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 4 & 2 & -3 \\ 2 & -4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = 40 + 18 - 96 - (24 + 24 - 120) = 34$$

$$Ax = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 6 \\ 15 & 2 & -3 \\ -6 & -4 & 10 \end{bmatrix} = -5 \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} - (-3) \begin{bmatrix} 15 & -3 \\ -6 & 10 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 15 & 2 \\ -6 & -4 \end{bmatrix} =$$

$$Ax = -5(20 - 12) + 3(150 - 18) + 6(-60 + 12) = -40 + 396 - 288 = 68$$

$$Ay = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 6 \\ 4 & 15 & -3 \\ 2 & -6 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 6 \\ 4 & 15 & -3 \\ 2 & -6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 15 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} = 300 + 30 - 144 - (180 + 36 - 200) = 170$$

$$Az = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 4 & 2 & 15 \\ 2 & -4 & -6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 & 15 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} - (-3) \begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} + (-5) \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} =$$

$$Az = 2(-12 + 60) + 3(-24 - 30) - 5(-16 - 4) = 96 - 162 + 100 = 34$$

$$\therefore x = \frac{A_x}{A} = \frac{68}{34} = 2 \quad , \quad y = \frac{A_y}{A} = \frac{170}{34} = 5 \quad , \quad z = \frac{A_z}{A} = \frac{34}{34} = 1$$

proplam : solve the following linear Equation

$$1) x - 2y - 4z = -26 \quad , \quad 2) 2x + 3y - 3z = -6 \quad \quad 3) 4x + 2y - 3z = -9$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = -9 + 24 - 16 - (-48 - 6 + 12) = 41$$

$$Ax = \begin{bmatrix} -26 & -2 & -4 \\ -6 & 3 & -3 \\ -9 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -26 & -2 & -4 \\ -6 & 3 & -3 \\ -9 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -26 & -2 \\ -6 & 3 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} = 228 - 228 = 0$$

$$Ay = \begin{bmatrix} 1 & -26 & -4 \\ 2 & -6 & -3 \\ 4 & -9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -26 & -4 \\ 2 & -6 & -3 \\ 4 & -9 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -26 \\ 2 & -6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix} = 18 + 312 + 72 - (96 + 27 + 156) = 123$$

$$Az = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 4 & 2 & 15 \\ 2 & -4 & -6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 & 15 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} - (-3) \begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} + (-5) \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} =$$

$$Az = 2(-12 + 60) + 3(-24 - 30) - 5(-16 - 4) = 96 - 162 + 100 = 34$$

$$x = \frac{Ax}{A} = \frac{0}{41} = 0 \quad , \quad y = \frac{Ay}{41} = \frac{123}{41} = 3$$

4\الاختبارات البعدية

حل النظام التالي باستخدام طريقة كرامر:

$$2x + 3y = 5$$

$$x - y = 1$$

الإجابة النموذجية:-

1

2

5\ واجبات منزلية:-

proplam : solve the following linear Equation

1) $x + 2y + 3z = 11$, 2) $3x - 2y - 2z = 3$, 3) $2x + 3y + 2z = 13$

1) $x + 2y + 3z = -6$, 2) $3x - 2y - 2z = 12$, 3) $x + y + z = -1$

1) $2x + 4y + 2z = -2$, 2) $5x - 5y - 5z = -15$, 3) $3x + 2y + 3z = -3$

1) $x - 2y - 4z = -26$, 2) $2x + 3y - 3z = -6$, 3) $4x + 2y - 3z = -9$

6\ المصادر

1- الجبر الخطي وتطبيقاته

2- التقنيات العددية

3- Basic mathematics for technical college students

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية
في
اشتقاق الدوال الجبرية
لطلبة المرحلة الأولى

المشتقات	
تعريف المشقة $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{h}$	قوانين الاشتقاق الأساسية $f(x) = c \quad f'(x) = 0$ $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$ $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
أمثلة محلولة $f(x) = 3x^2$ $f'(x) = 6x$ $y = 5x^2 - 2x + 4$ $y' = 10x - 2$ $y = \sqrt{x}$ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	تطبيقات على المشتقات $v = \frac{dx}{dt}$ $m = \frac{dy}{dx}$

1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

..لفهم مفهوم التغير وتحليله رياضياً، مما يساعد في دراسة الحركة، النمو، والانحدار في العلوم التطبيقية

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

التغير لتحديد الجبرية الدوال على وتطبيقها الاشتقاق قواعد تعلم

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الرابعة، سيكون الطالب قادراً ع .

فهم قواعد التفاضل الأساسية
التفاضل باستخدام قاعدة القوى

2/ الاختبارات القبالية

ما هو مفهوم المشتقة في الرياضيات؟

3\مشتقة الدول الجبرية

التفاضل Differentiation

المشتقة: هي معدل تغير المتغير المعتمد إلى معدل تغير المتغير المستقل. أو هو ميل المستقيم المماس لأي منحنى عند نقطة التماس. ويرمز لها بالرمز $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}(f(x))$, $D_x(y)$, y' , $f'(x)$ وتسمى مشتقة y بالنسبة إلى x .

قواعد الاشتقاق:-

أولاً: الدول الجبرية:-

1- مشتقة العدد الثابت = صفر.

مثال: جد $\frac{dy}{dx}$ للدالة

$$1) y = 7 \quad \text{-----} \quad y' = 0$$

$$2) y = -12 \quad \text{-----} \quad y' = 0$$

2- مشتقة المقدار الجبري المتكون من ثابت (c) مضروب بـ (x) مرفوع للقوة (n)

جد : مثال (y) للدالة

$$1) y = 7x^3 \rightarrow y' = 21x^2$$

$$2) y = -12x^{-3} \rightarrow y' = 36x^{-4}$$

3- مشتقة دالة متعددة الحدود تساوي مشتقة كل حد على حدة.

مثال : جد (y) للدالة

$$y = 2x^3 + 5x^2 - x^{-1}$$

$$\rightarrow y' = 6x^2 + 10x + x^{-2}$$

$$2) y = \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + \frac{3}{x^2} - 3x^3 \rightarrow y = 5x^{-\frac{1}{4}} + 3x^{-2} - 3x^3$$

$$y' = -\frac{5}{4}x^{-\frac{5}{4}} - 6x^{-3} - 9x^2$$

4- مشتقة دالة مرفوعة للأس (n) تساوي الأس مضروب في الدالة مرفوعة للأس (n-1) ومضروبة في مشتقة نفس الدالة.

جد : مثال (y) للدالة

$$1) y = (2x^3 + 5x^2 - x^{-1})^3$$

$$y' = 3(2x^3 + 5x^2 - x^{-1})^2(6x^2 + 10x + x^{-2})$$

$$2) y = (5 + 3x^{-3} - 2x^3)^{-5}$$

$$y' = -5(5 + 3x^{-3} - 2x^3)^{-6}(-9x^{-4} - 6x^2)$$

5- مشتقة حاصل ضرب دالتين تساوي الدالة الأولى مضروبة في مشتقة الدالة الثانية + الدالة الثانية مضروبة في مشتقة (y)

مثال: جد (y) للدالة

$$1) y = (3x^3 - x^5 + 2x^4 + 5) \cdot (x^2 + x^3)$$

$$y' = (3x^3 - x^5 + 2x^4 + 5) \cdot (2x + 3x^2) + (x^2 + x^3)(9x^2 - 5x^4 + 8x^3)$$

$$2) y = (4x^3 - 2x^5)^2 \cdot (3x^2 + 4x^{-3})$$

$$y' = (4x^3 - 2x^5)^2 \cdot (6x - 12x^{-4}) + (3x^2 + 4x^{-3}) \cdot [2(4x^3 - 2x^5) \cdot (12x^2 - 10x^4)]$$

6- مشتقة حاصل قسمة دالتين تساوي المقام مضروباً في مشتقة البسط مطروحاً منه البسط مضروباً في مشتقة المقام والكل مقسوماً على مربع المقام.

مثال: جد (y') للدالة

$$1) y = \frac{(3x^3 - x^5 + 2x^4 + 5)}{(x^2 + x^3)}$$

$$y' = \frac{(x^2 + x^3) \cdot (9x^2 - 5x^4 + 8x^3) - (3x^3 - x^5 + 2x^4 + 5) \cdot (2x + 3x^2)}{(x^2 + x^3)^2}$$

$$2) y = \frac{(4x^3 - 2x^5)^2}{(3x^2 + 4x^{-3})}$$

$$y' = \frac{(3x^2 + 4x^{-3}) \cdot [2(4x^3 - 2x^5) \cdot (12x^2 - 10x^4)] - (4x^3 - 2x^5)^2 \cdot (6x - 12x^{-4})}{(3x^2 + 4x^{-3})^2}$$

• قواعد التفاضل Differentiation Rules

في الصيغ الآتية u, v, w هي دالة قابلة للاشتقاق (للتفاضل) للمتغير x ،
 c و m ثابتان .

$$\frac{d}{dx}(c) = 0 \quad \text{قاعدة 1}$$

$$\frac{d}{dx}(x) = 1 \quad \text{قاعدة 2}$$

$$\frac{d}{dx}(u + v + \dots) = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v) + \dots \quad \text{قاعدة 3}$$

$$\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{d}{dx}(u) \quad \text{قاعدة 4}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx}(u) \quad \text{قاعدة 5}$$

$$\frac{d}{dx}(uvw) = uv \frac{d}{dx}(w) + uw \frac{d}{dx}(v) + vw \frac{d}{dx}(u) \quad \text{قاعدة 6}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{d}{dx} (u), c \neq 0 \quad \text{قاعدة 7}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{c}{u} \right) = c \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{u} \right) = -\frac{c}{u^2} \frac{d}{dx} (u), u \neq 0 \quad \text{قاعدة 8}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{d}{dx} (u) - u \frac{d}{dx} (v)}{v^2}, v \neq 0 \quad \text{قاعدة 9}$$

$$\frac{d}{dx} (x^m) = mx^{m-1} \quad \text{قاعدة 10}$$

$$\frac{d}{dx} (u^m) = mu^{m-1} \frac{d}{dx} (u) \quad \text{قاعدة 11}$$

مثال 2-3 : فاضل : $y = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5$

Example 2-3: Differentiate $y = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= 0 + 2(1) - 3(2x) - 5(3x^2) - 8(4x^3) + 9(5x^4) \\ &= 2 - 6x - 15x^2 - 32x^3 + 45x^4 \end{aligned}$$

مثال 2-4 : فاضل : $y = \frac{3-2x}{3+2x}$

Example 2-4: Differentiate $y = \frac{3-2x}{3+2x}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(3+2x) \frac{d}{dx} (3-2x) - (3-2x) \frac{d}{dx} (3+2x)}{(3+2x)^2} \\ &= \frac{(3+2x)(-2) - (3-2x)(2)}{(3+2x)^2} = \frac{-12}{(3+2x)^2} \end{aligned}$$

4\الاختبارات البعدية

- أوجد مشتقة 1) $f(x) = 3x^3 - 5x + 7$
2) $y = \sqrt{x}$

الإجابة النموذجية:-

$$1) = 9x^2 - 5$$
$$2) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

5\اجابات منزلية:-

اشتق ثلاث دوال جبرية مختلفة ووضح خطوات الحل.

6/المصادر

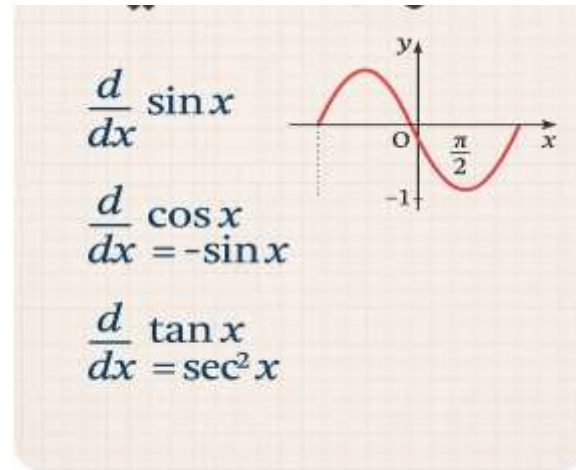
:

1. الرياضيات للتقنيين : تأليف البرفيسور عبيد محمود الزويبي والاستاذ عدنان سالم الصفار
2. حساب التفاضل والتكامل : تأليف فرانك ايرز جونيور و اليوت مندلسون
جميع المجالات العلمية الرصينة التي لها علاقة بالرياضيات
المواقع الالكترونية الخاصة بمادة رياضيات

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصرة
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الانتاج



حقيبة تعليمية
في
مشتقة الدال المثلثية
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع:-

لأن الدوال المثلثية تُستخدم في النمذجة الدورية مثل الموجات والصوت، ومشتقاتها أساسية في دراسة الظواهر الفيزيائية.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

اشتقاق الدوال المثلثية وتوضيح سلوكها الرياضي البسيط

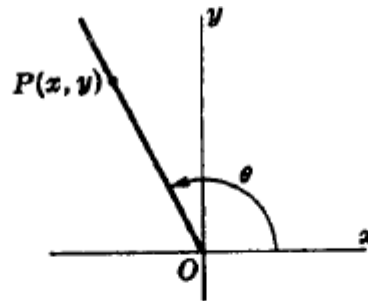
D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الخامسة، سيكون الطالب قادرًا على
تفاضل للدوال المثلثية مثل ($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, ...)

2/ الاختبارات القبالية

ما هي الدوال المثلثية الأساسية؟.

3\مشتقة الدول المثلثية



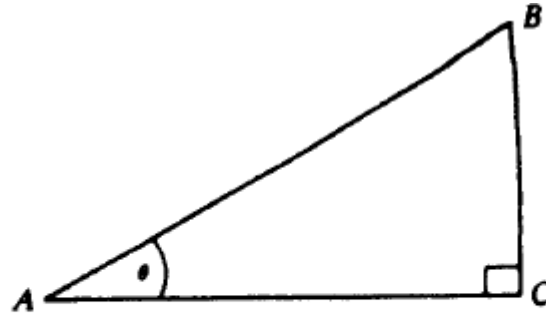
شكل 4-2

خذ النقطة $P(x, y)$ على الضلع الثانى للزاوية على بعد وحدة المسافات من 0 . إذن نعرف الدوال $\sin \theta = y$ و $\cos \theta = x$.
مجال التعريف لكل من $\sin \theta$ و $\cos \theta$ هو فئة الأعداد الحقيقية ، ومدى $\sin \theta$ هو $-1 \leq y \leq 1$ ومدى $\cos \theta$ هو $-1 \leq x \leq 1$. بمعلومية أنه لو θ هى زاوية حادة للمثلث القائم ABC (انظر شكل 4-3) ، إذن

$$\sin \theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{BC}{AC}$$



شكل 4-3

الميل m للخط المائل هو $\tan \alpha$ حيث إن α زاوية مقاس في عكس اتجاه عقارب الساعة من محور x الموجب إلى الخط المائل .

جدول 4-1 : يعرف بعض الدوال المثلثية القياسية وجدول 4-2 يبين بعض القيم المهمة للدوال المثلثية .

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta, \cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\sin(\alpha + 2\pi) = \sin \alpha, \cos(\alpha + 2\pi) = \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha, \cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha, \tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha, \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0	0	1	0
$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
$\pi/2$	1	0	∞
π	0	-1	0
$3\pi/2$	-1	0	∞

مشتقة الدوال المثلثية:- اذا كانت u دالة الى x

ملاحظة: مشتقة الدالة المثلثية = مشتقة الدالة المثلثية X مشتقة الزاوية حيث $\frac{du}{dx}$ هي مشتقة الزاوية

$$1) y = \sin u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow y' = \cos u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$2) y = \cos u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow y' = -\sin u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$3) y = \tan u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow y' = \sec^2 u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$4) y = \cot u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow y' = -\operatorname{cosec}^2 u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$5) y = \sec u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow y' = \sec u \cdot \tan u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$6) y = \operatorname{cosec} u \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\operatorname{cosec} u \cdot \cot u \cdot \frac{du}{dx}$$

للدالة مثال جد: $(\frac{dy}{dx})$

$$1) y = \sin x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos x^2 \cdot (2x) = 2x \cdot \cos x^2$$

$$2) y = \sin 2x \cdot \cos x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = \sin 2x \cdot (-\sin x^3 \cdot 3x^2) + \cos x^3 \cdot (2 \cos 2x) = -3x^2 \cdot \sin 2x \cdot \sin x^3 + 2 \cos 2x \cos x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = -3x^2 \cdot \sin 2x \cdot \sin x^3 + 2 \cos 2x \cos x^3$$

4\الاختبارات البعدية

اشتق $y = \sin(x) + 2\cos(x)$

الإجابة النموذجية:-

$$y' = \cos x - 2\sin x$$

5\واجبات منزلية:-

مثل دالة مثلثية بيانياً واشتقها.

6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

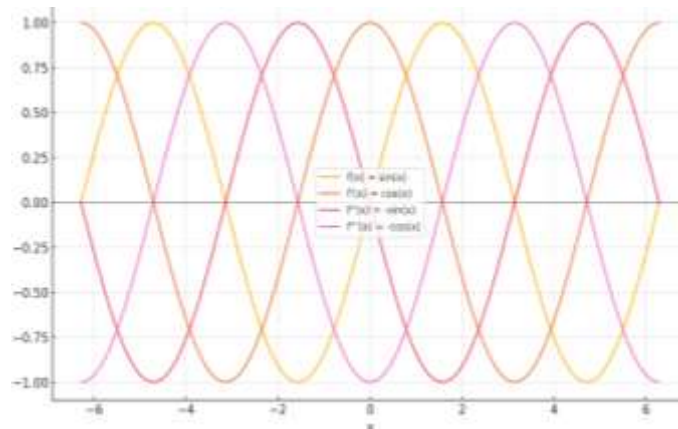
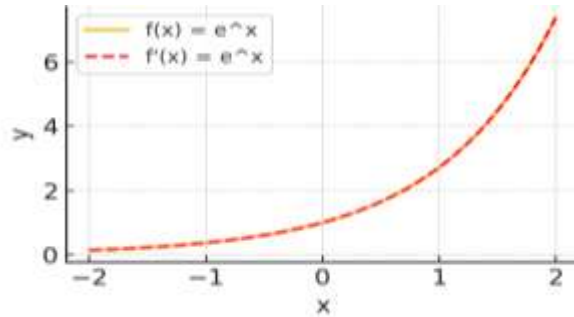
2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الانتاج



حقيبة تعليمية
في
المشتقة ذات الرتب العليا ومشتقة الدالة الأسية
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لفهم السلوك طويل الأمد للدوال وتحليل التسارع والسرعة وغيرها من الظواهر الديناميكية التي تعتمد على التغير المتسارع.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

تعلم اشتقاق الدوال الأسية والمشتقات العليا لتحليل السلوك المتقدم للدوال.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة السادسة، سيكون الطالب قادرًا على
حساب المشتقة الثانية والثالثة
التفاضل للدوال الأسية

2/ الاختبارات القبالية

ما المقصود بالمشتقة الثانية؟

3\ المشتقة ذات الرتب العليا ومشتقة الدالة الأسية

• مشتقة الدالة الأسية

1. إذا كانت الدالة $f(x) = e^x$ ، فإن مشتقتها $f'(x) = e^x$.
2. إذا كانت الدالة $f(x) = e^{u(x)}$ ، فإن مشتقتها $f'(x) = u'(x) \cdot e^{u(x)}$.
3. إذا كانت الدالة $f(x) = a^x$ حيث $a > 0$ و $a \neq 1$ ، فإن مشتقتها $f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$.

أمثلة محلولة

مثال 1

الدالة $f(x) = e^x$

المشتقة $f'(x) = e^x$

مثال 2

الدالة $f(x) = e^{3x}$

المشتقة $f'(x) = 3 \cdot e^{3x}$

مثال 3

الدالة $f(x) = e^{-x^2}$

المشتقة $f'(x) = -2x \cdot e^{-x^2}$

مثال 4

الدالة $f(x) = 5^x$

المشتقة $f'(x) = 5^x \cdot \ln(5)$

مثال 5

الدالة $f(x) = 2^{x^2}$

• المشتقات من المراتب العليا:

المشتقات العليا هي مشتقات متتالية تُحسب لدالة قابلة للاشتقاق . على سبيل المثال، إذا كانت $f(x) = \sin(x)$ ، فإن مشتقاتها المتتالية تتبع نمطاً دورياً:

- $f(x) = \sin(x)$
- $f'(x) = \cos(x)$
- $f''(x) = -\sin(x)$
- $f'''(x) = -\cos(x)$
- $f^{(4)}(x) = \sin(x) \leftarrow$ جديد من تبدأ الدورة

4\الاختبارات البعدية

أوجد المشتقة الثانية لـ $f(x) = e^{2x}$:

5\اجابات منزلية:-

أوجد المشتقات الثلاثة الأولى للدالة $f(x) = x^3$

2) $f(x) = e^{3x} + 1$ أوجد $f'(x)$

3) $f(x) = 2x + 5e^x$ أوجد المشتقة الأولى.

4) $f(x) = e^{x^2}$ أوجد المشتقة الأولى

6/المصادر

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

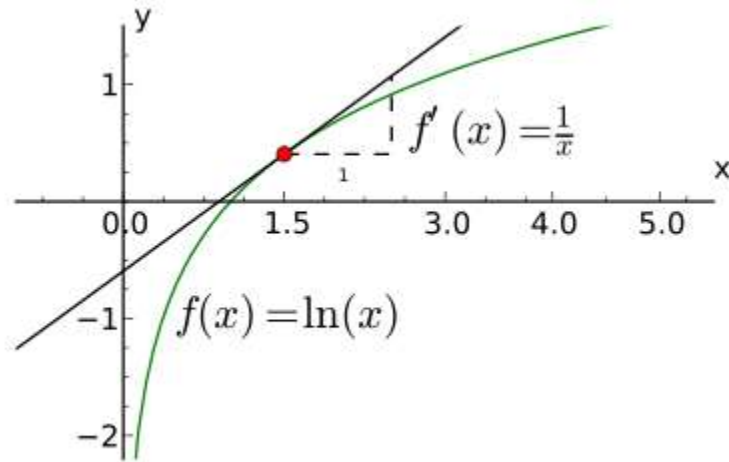
2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية
مشتقة الدالة اللوغاتمية
في
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

تُستخدم اللوغاريتمات في نمذجة النمو المتباطئ وتحليل البيانات، ومشتقاتها ضرورية في العديد من التطبيقات الاقتصادية والعلمية.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

فهم كيفية اشتقاق الدوال اللوغاريتمية وتطبيقاتها.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة السابعة، سيكون الطالب قادرًا على

تفاضل الدوال اللوغاريتمية

2/ الاختبارات القبليّة

ماذا تعرف عن دالة $\ln(x)$ ؟

أوجد مشتقة $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

3\مشتقة الدول اللوغارتمية

$$\text{if } y = \ln u \dots \dots \dots, u = f(x) \text{ then } y' = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx}$$

المشتقة = $\frac{1}{\text{المشتقة الدالة}}$

$$\begin{array}{ll} \ln x = y \rightarrow x = e^y & \text{ملاحظة: 1} \\ y = e^{\ln x} \rightarrow y = x & \text{ملاحظة: 2} \\ \text{أو } y = \ln e^x & y = x \end{array}$$

مثال: جد $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للدالة

$$1) y = \ln(3x - 4)$$

$$y' = \frac{1}{3x-4} \cdot (3)$$

$$y' = \frac{3}{3x-4}$$

$$2) y = \ln\left(2x^3 + 5x^{-2} - 6x^{\frac{2}{3}}\right)^5$$

$$y' = \frac{1}{\left(2x^3 + 5x^{-2} - 6x^{\frac{2}{3}}\right)^5} \cdot 5 \left(2x^3 + 5x^{-2} - 6x^{\frac{2}{3}}\right)^4 \cdot \left(6x^2 - 10x^{-3} - 4x^{-\frac{1}{3}}\right)$$

Properties of Logarithmic Function خواص الدالة اللوغارتمية

- $\ln(XY) = \ln X + \ln Y$
- $\ln(X / Y) = \ln X - \ln Y$
- $\ln X^Y = Y \ln X$
- $\ln \sqrt[Y]{X} = \ln X / \ln Y$
- 1) $y = \ln(x^2 + 4)$

Solution:

$$\text{Let } y = \ln(x^2 + 4)$$

$$\Rightarrow y' = (d / dx)[\ln(x^2 + 4)]$$

By using formula

$$(d / dx) \ln f(x) = f'(x) / f(x)$$

$$\Rightarrow y'(x) = (2x) / (x^2 + 4)$$

$$2): \ln[(x^2 \sin x) / (2x + 1)]$$

Solution:

$$\text{Let } f(x) = \ln[(x^2 \sin x) / (2x + 1)]$$

By using the properties of $\ln$

$$f(x) = 2 \ln x + \ln(\sin x) - \ln(2x + 1)$$

Now, differentiating,

$$f'(x) = 2(d / dx) \ln x + (d / dx)[\ln(\sin x)] - (d / dx)[\ln(2x + 1)]$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2 / x) + (\cos x / \sin x) - [2 / (2x + 1)]$$

$$\bullet \Rightarrow f'(x) = (2 / x) + \cot x - [2 / (2x + 1)]$$

4\الاختبارات البعدية

أوجد مشتقة $f(x) = \ln(x^2 + 1)$:

الإجابة النموذجية:-

$$y' = \frac{2x}{x^2+1}$$

5\ واجبات منزلية:-

أوجد مشتقة دوال لو غاريتمية مختلطة مع كثيرات الحدود

1) $y = \ln(x^2+1)$
أوجد $f'(x)$

$y = \ln(x) \sqrt[3]{x^2 + 1}$ [f0]
أوجد المشتقة.

6\ المصادر

1- نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2- حساب التفاضل والتكامل

3- calculus and analytic geometry

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصرة
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في
مشتقة الدالة الضمنية
لطلبة المرحلة الأولى

$x^2y + 3x = y^4 + x$ $\frac{d}{dx} [\sin(xy) = x^2 \cos x]$

IMPLICIT FUNCTION

الدالة الضمنية

$[x^4 + y^4 = 16]$ Find $y'' = ??$

1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

للتعامل مع العلاقات غير الصريحة بين المتغيرات، والتي تظهر كثيرًا في المعادلات الفيزيائية والهندسية.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

تعلم كيفية إيجاد المشتقة عند وجود متغيرات مترابطة ضمن معادلة واحدة (اشتقاق ضمني).

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الثامنة، سيكون الطالب قادرًا على

التفاضل الضمني للدوال غير الصريحة

2/ الاختبارات القبالية

ما الفرق بين الدالة الصريحة والضمنية؟.

3\مشتقة الدوال الضمنية

4\الاختبارات البعدية

أوجد dy/dx من $x^2 + y^2 + 5x = 25$:

الإجابة النموذجية:-

$$2x + 2y y' + 5 = 0$$

$$2y y' = -2x \rightarrow y' = \frac{-2x}{2y} = \frac{-x}{y}$$

5\اجابات منزلية:-

اختر دالتين ضمنتين واشتقهما باستخدام التفاضل الضمني

6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية في قاعدة السلسلة لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

تسمح قاعدة السلسلة بتفاضل الدوال المركبة، وهي أداة أساسية في جميع فروع التفاضل وخاصة عند التعامل مع العلاقات المعقدة

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

تطبيق قاعدة السلسلة لاشتقاق الدوال المركبة.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة التاسعة، سيكون الطالب قادرًا على
التفاضل للدوال المركبة

2/ الاختبارات القبليّة

ما هي الدالة المركبة؟

3\ قاعدة السلسلة

أ- إذا كانت (y) دالة إلى (t) وكانت (t) دالة إلى (x) أي

$$\text{if } y = f(t), \dots t = f(x) \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{then } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

(المعاملات مختلفة نضرب المشتقات) y — t — x

$$1) y = 3t^2 - 2, \quad t = 5x$$

$$\frac{dy}{dt} = 6t, \quad \frac{dt}{dx} = 5$$

$$\frac{dy}{dx} = 30t \rightarrow \frac{dy}{dx} = 30(5x) = 150x$$

ب- إذا كانت (y) دالة إلى (t) وكانت (x) دالة إلى (t) أي

$$\text{if } y = f(t), \dots x = f(t) \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{then } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

(المعاملات متشابهة نقسم المشتقات) y — t , x — t

مثال: جد $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للدالة

$$y = t^2 + 4$$

$$x = 5t - 2 \rightarrow x + 2 = 5t \rightarrow t = \frac{x+2}{5}$$

$$\frac{dy}{dt} = 2t, \quad \frac{dx}{dt} = 5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{5}$$

نعوض عن t من السؤال

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\left(\frac{x+2}{5}\right)}{5} = \frac{2x+4}{25}$$

4\الاختبارات البعدية

إذا كانت $y = (x^2)$, $x = 3t$ أوجد المشتقة

الإجابة النموذجية:-

$$\frac{dy}{dx} = 2x, \frac{dx}{dt} = 3$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x \cdot \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt} = 2x \cdot 3 = \frac{2x^2}{3}$$

5\اجابات منزلية:-

حل ثلاث مسائل باستخدام قاعدة السلسلة.

6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

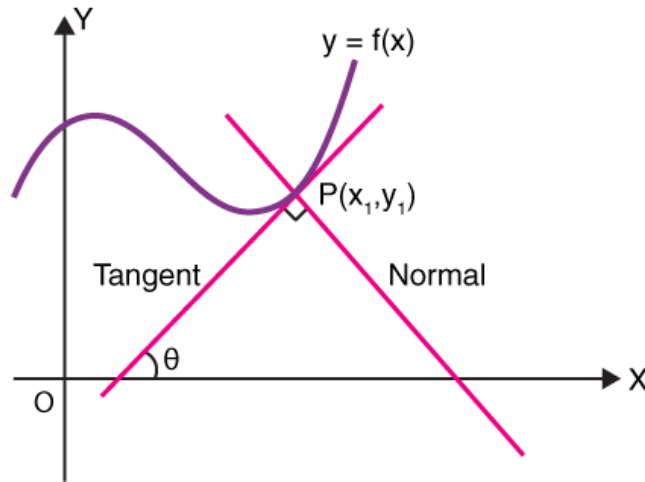
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في

تطبيقات فيزيائية وهندسية على المشتقات
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لأن هذه التطبيقات تُظهر كيف تُستخدم المشتقة فعليًا في تحليل الحركة وتفسير العلاقات الفيزيائية مثل السرعة والعجلة.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

ربط المفاهيم الرياضية بالتطبيقات الفيزيائية مثل الميل، السرعة، التعجيل.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة التاسعة والعاشر، سيكون الطالب قادرًا على

ربط التفاضل بمفاهيم فيزيائية مثل السرعة والتعجيل

2/ الاختبارات القبالية

ما العلاقة بين المشتقة والسرعة؟
ماذا تمثل المشتقة من الناحية الهندسية؟

3\ تطبيقات فيزيائية وهندسية على المشتقات

(1) إيجاد ميل المنحني وميل المستقيم المماس للمنحني
ميل المنحني يساوي المشتقة الأولى ويساوي ميل المستقيم المماس للمنحني عند نقطة التماس ويرمز له بالرمز m
مثال: جد ميل المنحني $y=x^2+2x+1$ عند النقطة $(1,0)$

$$\text{الحل: } \frac{dy}{dx} = m = 2x + 2 \quad (\text{الميل} = \text{المشتقة})$$

$$\text{نعوض بالنقطة } (1,0) \text{ ينتج } \frac{dy}{dx} = 2(1) + 2$$

$$\frac{dy}{dx} = 4 = m = \text{الميل}$$

مثال: : جد ميل المستقيم المماس للمنحني $y=x^3+2x^2+1$ عند النقطة $(1,1)$

$$\frac{dy}{dx} = m = 3x^2 + 4x$$

$$\frac{dy}{dx} = 3(1)^2 + 4(1) = 7 = m$$

(2) إيجاد معادلة المستقيم المماس والعمودي عليه

ملاحظة: (1) ميل المستقيم العمودي على المماس = المقلوب السالب لميل المماس مثلا اذا كان ميل المماس = 7 فان ميل العمودي عليه = $-\frac{1}{7}$

ملاحظة (2) معادلة المستقيم المماس هي

$y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث (x_1, y_1) نقطة التماس وهي نفس المعادلة لايجاد معادلة العمود على المستقيم المماس مع اختلاف الميل
مثال: جد معادلة المستقيم المماس ومعادلة المستقيم العمودي عليه للمنحني

$$y = x^3 - 5x^2 + 4x \quad \text{في النقطة } (2,0)$$

$$\text{الحل: } m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 10x + 4$$

$$= 3(2)^2 - 10(2) + 4 = -4$$

$$\text{معادلة المستقيم المماس} \quad y - 0 = -4(x - 2) \rightarrow y + 4x - 8 = 0$$

$$\text{ميل العمود يساوي } \frac{1}{4}$$

$$y - 0 = \frac{1}{4}(x - 2) \rightarrow y - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{معادلة المستقيم العمود تساوي}$$

(3) حساب السرعة والتعجيل

اذا كانت s هي المسافة التي يقطعها جسم في زمن t حيث $s = f(t)$ فان مشتقة المسافة بالنسبة للزمن تساوي السرعة ويرمز لها

$$\text{بالرمز } v = \frac{ds}{dt} = s'. \text{ اما مشتقة السرعة بالنسبة للزمن فتساوي التعجيل ويرمز لها بالرمز } a = v' = \frac{dv}{dt} = s''.$$

مثال: جسم يتحرك وفق معادلة $s = t^3 + 5t$ حيث s بالثانية و s المسافة بالأمتار جد سرعة الجسم و تعجيله بعد 2 ثانية

$$s = t^3 + 5t \quad \rightarrow \quad \text{بعد 2 ثانية} \quad \bar{s} = 3(2)^2 + 5 = 17 \text{ m/sec} \quad \rightarrow \quad \text{السرعة} \quad \bar{s} = 3t^2 + 5$$

$$\bar{s} = 6t = \text{التعجيل}$$

$$\bar{s} = 6(2) = 12m/sec^2 \text{ بعد 2 ثانية}$$

4\الاختبارات البعدية

إذا كانت $s(t) = 4t^2 + 3$ ، احسب السرعة والتعجيل.

الإجابة النموذجية:-

$$\bar{s} = 8(t)^3$$

$$\bar{s} = 24(t)^2$$

5\اجابات منزلية:-

أوجد المماس والعمودي عند نقطة (1,1) للمنحني $y = 4t^2$

6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

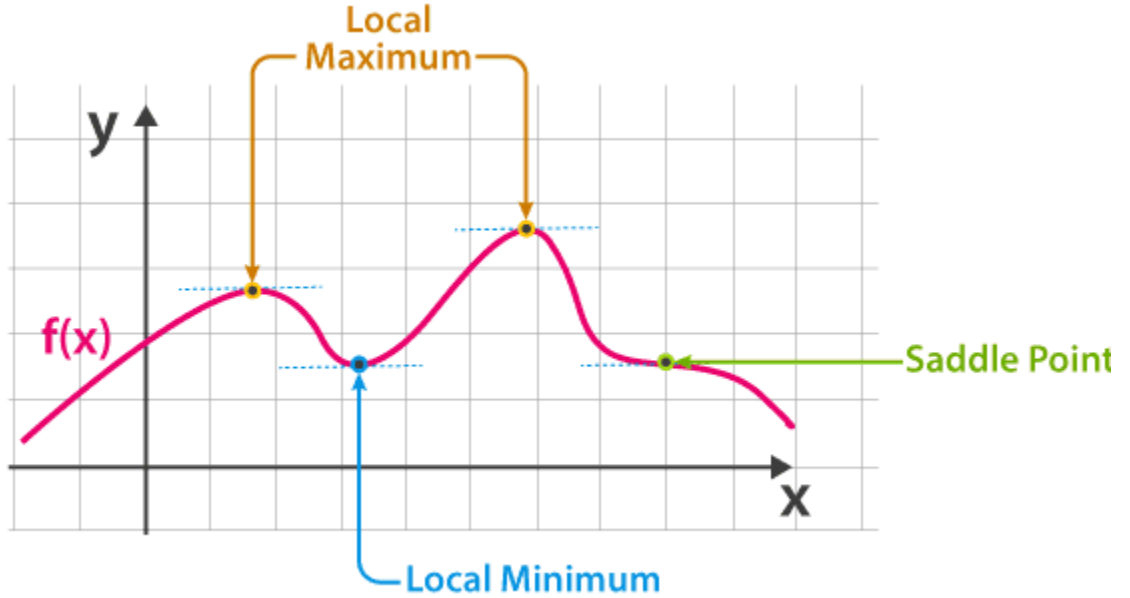
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصرة
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في

التزايد والتناقص والنهايات العظمى والصغرى
لطلبة المرحلة الأولى



1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لتحليل سلوك الدوال وتحديد مناطق التزايد أو التناقص، وهي مفيدة في اتخاذ قرارات كمية ومراقبة الأداء في النماذج الرياضية. لفهم وتحليل القيم القصوى والانعطافات في الرسوم البيانية، وهي أدوات مهمة في دراسات التحسين واتخاذ القرار.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

تحليل سلوك الدالة من حيث الزيادة أو النقصان باستخدام المشتقة الأولى. تحديد القيم الحرجة وتحليلها لاستخلاص القيم القصوى ونقاط التغير في التقعر

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الحادي عشر والثاني عشر، سيكون الطالب قادرًا على

تحليل التغير في الدالة
تحديد القيم العظمى والصغرى
التعرف على نقاط الانقلاب

2/ الاختبارات القبالية

ما المقصود بالقيم العظمى والصغرى؟

3\ التزايد والتناقص والنهايات العظمى والصغرى

1) نجد المشتقة الاولى للدالة

(2) نجعل المشتقة = صفر. ثم نجد قيم x (النقاط الحرجة)

(3) نجد المشتقة الثانية ونعوض قيم x في المشتقة الثانية فإذا كانت قيمة المشتقة موجبة فإن النقطة نقطة نهاية صغرى. وبالعكس إذا كانت قيمة المشتقة سالبة فإن النقطة نقطة نهاية عظمى.

ملاحظة: لتكن $y=f(x)$ دالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a,b) لذا فإن مشتقتها الثانية يرمز لها بالرمز y'' . هناك رموز

أخرى للتعبير عن المشتقة الثانية مثل $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $f''(x)$, $D_x'(y)$

مثال (1): جد النهايات العظمى والصغرى للدالة $y=x^3-3x+2$

الحل: $y' = 3x^2 - 3$

$$\rightarrow y' = 0 \rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \quad x = \pm 1 \quad \text{أما}$$

$$\bar{y} = 6x$$

المشتقة الثانية عند النقطة $x=1$

$$\bar{y} = 6(1) = 6 \quad \leftarrow \text{النقطة نهاية صغرى}$$

المشتقة الثانية عند النقطة $x=-1$

$$\bar{y} = 6(-1) = -6 \quad \leftarrow \text{النقطة نهاية عظمى}$$

مثال (2): جد النهايات العظمى والصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3$

الحل:

$$\bar{y} = x^2 - 3x \rightarrow \bar{y} = 0 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow x = 0, 3$$

المشتقة الثانية عند النقطة $x=0$

$$\bar{y} = 2x - 3 \rightarrow 2(0) - 3 = -3 \rightarrow x=0 \quad \text{نقطة نهاية عظمى}$$

المشتقة الثانية عند النقطة $x=3$

$$\bar{y} = 2x - 3 \rightarrow 2(3) - 3 = 3 \rightarrow$$

$x=3$ نقطة نهاية صغرى

4\الاختبارات البعدية

حدد النهايات العظمى والصغرى لـ $f(x) = x^4 - 4x^3$

الإجابة النموذجية:-

$$y' = 4x^3 - 12x^2$$

$$4x^2(x - 3) = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$$

$$y'' = 12x^2 - 24x$$

$$= 0 \rightarrow$$

5\اجابات منزلية:-

6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الجنوبية
المعهد التكنولوجي بصره
قسم التقنيات الميكانيكية\فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في

تطبيقات هندسية في النهايات العظمى والصغرى
لطلبة المرحلة الأولى

1/ نظرة عامة

A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى
المعهد التقني في البصرة
قسم التقنيات الميكانيكية

B/ 1 الدوافع :-

لتوظيف القيم العظمى والصغرى في حل مشكلات التصميم الأمثل مثل تقليل التكاليف أو تعظيم الفائدة.

C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

استخدام المفاهيم السابقة في حل مسائل تطبيقية وهندسية تتطلب أمثلة.

D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الثالث عشر، سيكون الطالب قادرًا على

استخدام القيم العظمى والصغرى في حل المشكلات الهندسية

2/ الاختبارات القبالية

هل يمكنك إعطاء مثال على تطبيق واقعي للقيم العظمى؟

3\ تطبيقات هندسية في النهايات العظمى والصغرى

مثال (1) ما العددان الموجبان اللذان مجموعهما 20 ومجموع مربعيهما اصغر ما يمكن؟
الحل: نفرض العدد الاول $x =$

نفرض العدد الثاني $20 - x =$

نفرض مجموع مربعيهما $y =$

$$y = x^2 + (20 - x)^2 \rightarrow y' = 2x + 2(20 - x)(-1)$$

$$y' = 2x - 40 + 2x \rightarrow y' = 4x - 40 \rightarrow 4x - 40 = 0$$

$$4x = 40 \rightarrow x = 10$$

نهاية صغرى $y'' = 4$

العدد الاول $x = 10$ والعدد الثاني $20 - 10 = 10$

مثال (2) قطعة ارض مستطيلة الشكل يحدها نهر من احدى جهاتها. جد اكبر مساحة من الارض يمكن احاطتها بسياج طوله

120 m

~~~~~ نهر



نفرض عرض الارض  $y = 120 - 2x$

الحل: نفرض طول الارض  $x =$

نفرض مساحة الارض  $A =$

$$(1) \quad A = x \cdot y$$

$$A = x(120 - 2x) = 120x - 2x^2 \rightarrow A' = 120 - 4x \rightarrow 120 - 4x = 0$$

$$120 = 4x \rightarrow x = 30$$

نجد  $A'' = -4$

نهاية عظمى

اذن الطول  $30 =$  والعرض  $120 - 2(30) = 60$  واكبر مساحة  $A = (30)(60) = 1800m^2$

#### 4\الاختبارات البعدية

ما أبعاد المستطيل بأكبر مساحة إذا كان محيطه 20 سم؟

#### الإجابة النموذجية:-

1

#### 5\واجبات منزلية:-

الواجب\*\*:

اختر مسألة من الحياة وطبق عليها مفهوم القيم القصوى

## 6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

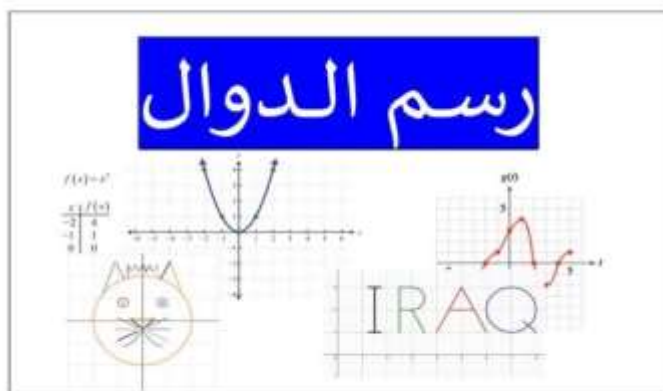
calculus and analytic geometry-3

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
الجامعة التقنية الجنوبية  
المعهد التكنولوجي بصرة  
قسم التقنيات الميكانيكية \ فرع الانتاج



حقيبة تعليمية

في  
رسم الدوال  
لطلبة المرحلة الأولى





## 1/ نظرة عامة

### A / 1 الفئة المستهدفة:-

طالبة المرحلة الأولى  
المعهد التقني في البصرة  
قسم التقنيات الميكانيكية

### B/ 1 الدوافع :-

دمج المعلومات من المشتقة الأولى والثانية لتحليل الرسوم البيانية، وفهم شكل الدالة وسلوكها على المدى القصير والطويل  
تعميق مهارة رسم وتحليل الدوال الأكثر تعقيداً، وتكوين صورة شاملة عن سلوكها باستخدام جميع المفاهيم السابقة

### C/ 1 الفكرة الرئيسية :-

دمج كل المفاهيم السابقة لبناء تمثيل بياني دقيق للدوال.  
مراجعة شاملة لجميع المهارات المكتسبة وتطبيقها في رسم وتحليل الدوال.

### D/ 1 الأهداف السلوكية

بعد دراسة الوحدة الرابع عشر والخامس عشر، سيكون الطالب قادراً على  
استخدام المشتقة لرسم المنحنيات بدقة  
تحليل الدوال الأكثر تعقيداً ورسمها

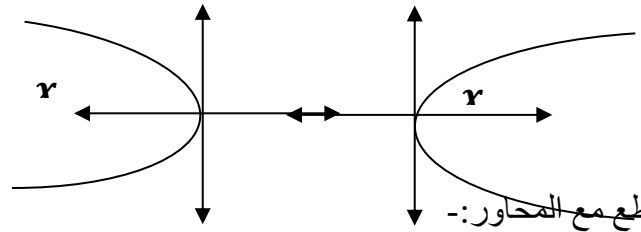
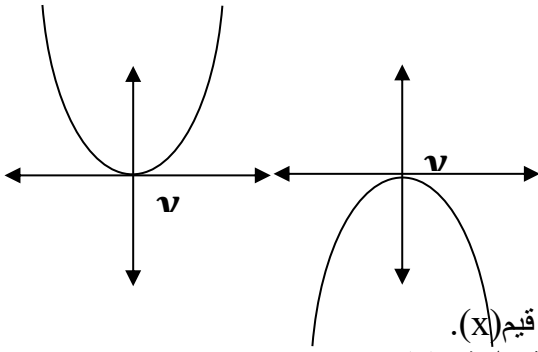
## 2/ الاختبارات القبالية

هل سبق ورسمت دالة رياضية؟  
هل تعرف كيف تحدد التماثل ونهاية الدالة؟

### 3 رسم الدوال

#### رسم الدوال:

- 1- التناظر:- أ/ إذا كانت جميع أسس (y) زوجية فان الدالة متناظرة مع محور السينات.  
ب/ إذا كانت جميع أسس (x) زوجية فان الدالة متناظرة مع محور الصادات.  
ج/ إذا كانت الدالة تحتوي على أسس زوجية وفردية لقيم (x) أو (y) فان الدالة غير متناظرة

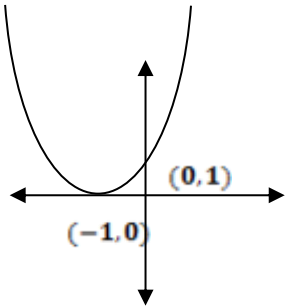


- 2- التقاطع مع المحاور:-  
أ/ لإيجاد نقاط التقاطع مع محور السينات نفرض (y=0) ونحل المعادلة لإيجاد قيم (x).  
ب/ لإيجاد نقاط التقاطع مع محور الصادات نفرض (x=0) ونحل المعادلة لإيجاد قيم (y).  
3- النقاط الحرجة:-

أ- نوجد المشتقة الأولى للمعادلة  $(\frac{dy}{dx})$  ونساويها بالصفر لإيجاد قيم (x) لتلك النقاط الحرجة، ثم نعوض قيم (x) بالمعادلة الأصلية لإيجاد قيم (y) لكل نقطة حرجة حصلنا عليها.

ب- نوجد المشتقة الثانية لتلك المعادلة  $(\frac{d^2y}{dx^2})$  ونعوض قيم (x) فيها للنقاط الحرجة فان كانت  $(\frac{dy}{dx})$ :-

- 1- أكبر من الصفر فان تلك النقطة الحرجة هي نهاية صغرى.
- 2- أصغر من الصفر فان تلك النقطة الحرجة هي نهاية عظمى.
- 3- مساوية للصفر فان تلك النقطة الحرجة هي نقطة انقلاب.



**مثال (1):-** ارسم منحنى الدالة التالية  $y = x^2 + 2x + 1$

**الحل:-**

- 1- لا يوجد تناظر للدالة ..... لماذا
- 2- نوجد نقاط التقاطع مع محور الصادات .....  
 $x = 0$   
 $y = 0 + 0 + 1 = 1$   
نقطة التقاطع مع محور الصادات هي (0,1)

- 3- نوجد نقاط التقاطع مع محور السينات .....  
 $y = 0$   
 $x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)(x+1)=0$   
 نقطة التقاطع مع محور السينات هي  $(-1,0)$   $(x+1)^2=0 \dots\dots x=-1$   
 4- نوجد النقاط الحرجة

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2$$

$$2(x+1) = 0$$

$x = -1 \rightarrow \rightarrow \rightarrow y = 0$   
 إذن النقطة  $(-1,0)$  هي النقطة الحرجة الوحيدة في الدالة

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 > 0$$

إذن النقطة الحرجة  $(-1,0)$  هي نهاية صغرى ..... لماذا

**مثال(2):-** ارسم منحنى الدالة التالية  
 $y = x^3 - 3x^2$   
 الحل:-

1- الدالة غير متناظرة.

2- نوجد نقاط التقاطع مع المحورين.

$$\text{at } x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$\text{at } y = 0 \rightarrow y = x^2(x-3) = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$x-3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow (3,0)$$

3- نوجد النقاط الحرجة

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$3x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$x-2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 8 - 12 = -4 \rightarrow (2,-4)$$

4- نختبر النقاط الحرجة

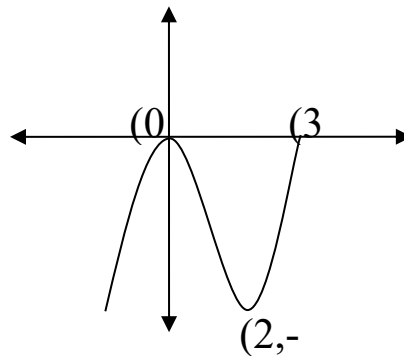
$$y'' = 6x - 6$$

$$\text{at } (0,0) \rightarrow y'' = 6(0) - 6 = -6 \rightarrow \therefore y < 0$$

النقط  $(0,0)$  نهاية عظمى

$$\therefore \text{at } (2,-4) \rightarrow y'' = 6(2) - 6 = 6 \rightarrow \therefore y > 0$$

$\therefore$  النقطة  $(2,-4)$  نهاية صغرى



## 4\الاختبارات البعدية

ارسم دالة مع تحليل نقاط الانقلاب والنهايات

## الإجابة النموذجية:-

1

## 5\اجابات منزلية:-

استخدم كل المفاهيم السابقة لرسم وتحليل دالة مركبة.

## 6/المصادر

:

1-نظريات ومسائل في حساب التفاضل والتكامل

2-حساب التفاضل والتكامل

calculus and analytic geometry-3